

数研だより

－ 第121号 －



日立市教育研究会

算数・数学科教育研究部

令和5年度

算数・数学教育学習指導法研修会 学 習 指 導 案

1	期	日	令和5年11月24日(金)	13:25~16:25
2	会	場	日立市立日高中学校	【控室・全体会会場: 閲覧室】
3	講	師	日立市教育委員会指導課指導主事 大和田 聡 先生	
4	日	程	受付 13:10~13:30	
			公開授業 13:35~14:25	
			授業者 2年3組「平行と合同」滑川 祐馬 先生	
			3年3組「相似と比」星 健翔 先生	
			全体会 14:45~16:25【閲覧室】	
			開会行事 14:45~14:55	
			・日高中学校長挨拶	
			・部長挨拶及び講師紹介	
			・研究協議方法説明	
			協研究議 14:55~15:35	
			報 告 15:35~15:50	
			指導講話 15:50~16:20	
			閉会行事 16:20~16:25	
			・謝辞	
			・諸連絡	

日立市教育研究会算数・数学科教育研究部

1 単元名 平行と合同

2 本単元の目標

- (1) 図形において成り立つ様々な性質や証明のしくみについて理解できる。(知識及び技能)
 (2) 三角形の合同条件などをもとにして平面図形の基本的な性質を論理的に確かめたり、証明を読んで新たな性質を見いだしたりする。(思考力、判断力、表現力等)
 (3) 平面図形の性質や証明のよさを時間して粘り強く考え、平面図形の性質や証明について学んだことを生活や学習にいかそうとしている。(学びに向かう力、人間性等)

3 単元の評価規準

知識・技能	思考・判断・表現	主体的に学習に取り組む態度
①三角形の合同条件を理解するとともに、合同な三角形を記号 $\equiv$ を使って表すことができる ②証明の必要性、意味、しくみについて理解している。 ③日常生活の問題の解決に、合同な図形の性質を利用できることを理解している。	①三角形の合同条件を使って、2つの三角形が合同であることを的確に判断することができる。 ②三角形の合同条件を使って図形の性質を見だし、すじ道を立てて説明することができる。 ③数学の事象における問題を、図形の性質を利用して解決したり、解決の過程をふり返って、新たな問題を見いだしたりすることができる。	①三角形の合同条件に関心を持ち、合同条件を使って合同かどうかを判断しようとしている。 ②図形の性質を証明することに関心を持ち、三角形の合同条件を使おうとしている。 ③図形の性質を数学の事象における問題の解決に利用することに関心を持ち、問題解決の過程をふり返って評価・改善しようとしている。

4 単元について

(1) 単元観

本単元は、1年生の単元「平面図形」とのつながりで、図形の中で成り立つ様々な性質を論理的に考察していくことを主な目標としている。小学校では図形の性質を調べるのに実測・あるいは操作活動によってその性質を帰納的に確かめてきた。また、中学校1年生では図形の基礎を学ぶとともに基本的な作図について学習してきた。2年生の図形の学習では、その性質がなぜ成り立つのかを演繹的に説明することまで発展させていく。

(2) 生徒観

本学級の生徒は、基礎的・基本的内容が定着していない生徒が多いため、常に授業の中で既習事項の復習を取り入れ、課題に取り組みやすいようにしている。また、事前テストの結果から分かるように、三角形の内角の和や四角形の内角の和を求める計算は理解できているが、線分や平行などの基本的な用語の意味や合同な図形の対応する辺を対応順に示すことができている生徒が少なくない。そのため、なぜそうなるかを論理的に説明する力も不足している。そこで、本単元では、基本的な用語の説明を丁寧に行いながら授業を進めていく。また、証明マップを活用しながら証明問題に取り組むことで、論理的に説明する力をつけさせたい。それと同時に、意図的に対応順が正しくないBADモデルを提示し、GOODモデルと比較することを通して対応順の必要性を丁寧に指導し、正しい証明が書けるようにさせたい。

<事前テストの結果>

令和5年11月8日実施 計26名

問題	正答(人)	誤答(人)	無答(人)
①対称移動させた合同な図形の対応する点を答える問題	5人	21人	0人
②平行の関係を記号で表す問題	19人	6人	1人
③角をO、A、Bを使って表す問題	10人	7人	9人
④三角形の内角の和の大きさを求める問題	23人	2人	1人
⑤三角形の大きさを基に四角形の大きさを求める問題	19人	4人	3人
⑥対称移動させた合同な図形の対応する点を答える問題	23人	2人	1人
⑦ある辺について対応する辺を答える問題	14人	11人	1人

(3) 指導観

指導にあたっては、分かることを一つ一つ確認していきながら最終的に課題解決に至れるようにしたい。このために、手順良く思考を進めていけるような「証明マップ」を作成することで、自分の考えを筋道を立てながら説明する力を高めていきたい。また、kahootアプリを活用し、既習事項の確認を行うとともに、sky menuの発表ノートで各自で図形の証明を作成し、友達と比較ができるようにする。また、グループで課題解決に向けて疑問点を積極的に話し合い、全員が課題を達成できるようにしたい。そして、最終的には、個人の活動に戻すことで、個人の理解度の把握や適用問題を行っていく。

1 指導と評価の計画（全17時間）

第1次 角と平行線.....9時間

第2次 図形の合同.....7時間

※指導に生かす評価○、記録に残す評価◎

次	時	学習活動・課題	知	思	態	評価及び評価方法等
2	1	2つの図形が合同であることの意味を理解し、記号$\equiv$を使って表すことができる。 - 移動させて重ね合わせることができる2つの図形について調べよう。	○			知①：2つの図形が合同であることの意味を理解できていない生徒には、図形をぴったり重ねた状態を見せて個別支援を行う。【ノート】
	2	- 合同な三角形をかくことにより、三角形の合同条件を理解することができる。 2つの三角形が合同かどうかを判断するにはどうすればよいかを考えよう。	○		◎	知①：三角形の合同条件を理解できていない生徒には、どの部分が等しければ合同になるか個別支援を行う。【ノート】
	3	- 合同な三角形を見だし、三角形の合同条件のどれにあてはまるかを判断することができる。 - 三角形の合同条件を使って、2つの三角形が合同かどうかを判断しよう	◎	○		知①：【ノート】 思①：2つの三角形がなぜ合同条件にあてはまるか分からない生徒に対して個別支援を行う。【ノート】
	4	- 三角形の合同条件を使って図形の性質を見だし、筋道を説明することができる。 - 図形の性質を、三角形の合同条件を使って説明しよう。		○		思②：等しい部分を確認しながら2つの三角形が合同になることが理解できるよう個別支援を行う。【ノート】
	5	- 作図が正しいことを演繹的に考えて証明することにより、仮定と結論の意味や証明における役割を理解することができる。 - 証明をするには、どのように考えを進めればよいかを調べよう。		○		思②：仮定、結論がどこの部分かを確認しこれを利用すると、2つの三角形が合同になることが理解できるよう個別支援を行う。【ワークシート】
	6 (本時)	- 仮定や結論を記号を使って表し、証明の仮定で使うことにより、証明のしくみについて理解することができる。 - 仮定と結論を区別し、図形の性質を証明するしくみを整理しよう。	○		◎	知②：仮定を確認し、等しい部分を見つけ付け加えることで結論に結びつけられるよう、個別支援を行う。【ワークシート】 思②：【ワークシート】
	7	- 日常生活や社会の事象における問題を、合同な図形の性質を利用して解決することができる。 - 合同な図形の性質を利用して、いろいろな問題を解決しよう。	◎	○		思③：日常生活や社会の事象における問題を、合同な図形の性質を利用して解決する方法を理解できるよう個別支援を行う。【ワークシート】 知③：【ワークシート】

第3次 4章の振り返り.....1時間

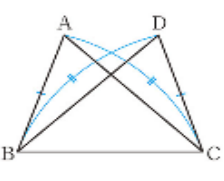
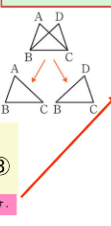
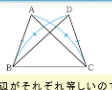
6 本時の展開 (15/17)

(1) 目標

- ・仮定を確認し、等しい部分を見つけ付け加えることで結論に結びつけることができる。

(思考・判断・表現)

(2) 展開

学習活動・予想される生徒の反応	知	思	態	指導上の留意点及び評価
1 Kahoot アプリで既習事項の確認を行う。 2 本時の学習課題を確認する。 右の図で、 $AB=DC$, $AC=DB$ ならば、 $\angle BAC=\angle CDB$ であることを証明しよう。  ・難しそう。・どうやって証明するのだろう。 ・仮定と結論は何だろう。 3 課題の確認をする。 証明のしくみについて調べよう。 4 自力解決に取り組む。 ・仮定は「$AB=DC$と$AC=DB$」 ・結論は「$\angle BAC=\angle CDB$」 ・BCとCBは共通な辺である。 ・合同条件は「3組の辺がそれぞれ等しい」 5 グループで「証明マップ」を共有する。 △ABCと△DCB 条件①: $AB=DC$ 条件②: $AC=DB$ 共通な辺より $BC=CB$...③ 3組の辺がそれぞれ等しいので、 $\triangle ABC \cong \triangle DCB$ 合同な三角形の対応する角だから、 $\angle BAC = \angle CDB$   6 本時のまとめをする。 証明のしくみを理解することで、図形の性質を証明することができる。 7 適用問題 (AかBの2種類) に取り組む。 ・個人→グループ→全体で共有 ・適用問題Aは合同条件が「1組の辺とその両端の各がそれぞれ等しい」を根拠とする問題 ・適用問題Bは合同条件が「2組の辺とその両端の各がそれぞれ等しい」を根拠とする問題 8 本時の振り返りをする。				・kahoot アプリを活用することで、全員が参加して、学級全体で既習事項の確認ができるように支援する。 ・証明の根拠となる図形の性質や合同条件について全体で確認をする。 ・分かっていること(仮定)と求めること(結論)を明確にすることで、証明に抵抗なく取り組めるように支援する。 ・仮定や結論について理解できていない生徒には、前時の振り返りとして「aならばb」のaを仮定、bを結論ということを確認する。 ・学びポケットを活用して、証明のしくみを家庭科のカレー作りと関連付けて考えさせることで問題に親しみやすく入れるようにする。 ・学びポケットの証明マップを活用することで、基本的な証明の手順を掴みやすいように支援する。 ・辺や角を対応順にすることを忘れてしまう生徒に対して、△ABCと△DCBを別々に表した図形を確認しながら丁寧に確認できるように助言する。 ・対応する三角形、仮定、自分で見付ける性質、合同条件、結論を色分けすることで埋めなければいけない事柄を明確に捉えられるようにする。 ・自分の考えを級友に説明できるように、個人で考える時間を十分に確保する。 ・どこから始めれば良いのか分からない生徒には、結論から逆算して考える方法やヒントカードを活用することを伝える。 ・本時以降の証明問題にも、証明のしくみが生かされることを伝え、今後にも活用できるようにしていく。 ・適用問題AとBを用意することで、他のグループの問題との違いを確認し、根拠となる合同条件を確認し合う。 思②:【発表ノート】 知②: 仮定を確認し、等しい部分を見つけ付け加えることで結論に結びつけられるように個別支援を行う。【発表ノート】 ・本時の振り返りをするすることで、次回への見通しを持てるようにする。

1 単元名 相似と比

2 本単元の目標

- (1) 相似な図形についての基礎的な概念や原理・法則などを理解すると共に、図形の性質や相似などの関係を記号やことばを使って表すことができる。(知識及び技能)
- (2) 図形の構成要素の関係に着目し、図形の性質や軽量について論理的に考察し表現したり、平行線と線分の比についての性質を見いだし確認したりすることができる。(思考力、判断力、表現力等)
- (3) 相似な図形の性質のよさを実感して粘り強く考え、図形の相似について学んだことや生活や学習に生かそうとしたり、問題解決の過程を振り返って評価・改善しようとしたりしている。(学びに向かう力、人間性等)

3 単元の評価基準

知識・技能	思考・判断・表現	主体的の学習に取り組む態度
①平面図形の相似の意味及び三角形の相似条件についての理解、それらを用いて適切な表現方法で証明することができる。 ②平行線と線分の比や中点連結定理について理解し、適切に問題解決をすることができる。 ③基本的な立体の相似の意味及び相似な図形の相似比と面積比や体積比との関係について理解している。	①三角形の相似条件などを基にして、図形の基本的な性質を論理的に確かめることができる。 ②平行線と線分の比についての性質を見いだし、それらを確かめることができる。 ③相似な図形の性質を具体的な場面で活用することができる。	①図形の相似の意味や相似な図形の相似比と面積比や体積比の関係を考えようとしている。 ②図形の相似について学んだことを生活や学習に生かそうとしている。 ③相似の図形の性質を活用した問題解決の過程を振り返って評価・改善しようとしている。

4 指導に当たって

(1) 単元観

本単元は、第2学年で学習した内容を基に、推論に関する能力を伸ばし、図形について見通しをもって論理的に考察することを目指している。三角形の相似条件や平行線と線分の比の性質、中点連結定理などは中学校で初めて知る内容である。したがって、図形をかいいたり、測ったりする操作活動を通して直観的、実証的に取り扱うことによって新たな図形の性質を発見させ、発見した性質をこれまで証明してきた図形の性質を根拠にしながら演繹的に証明する活動が大切である。このような活動を通して相似条件の有用性や、演繹的な証明のよさを実感させ、論理的に考察する力や態度を養っていく。

(2) 生徒観（令和5年4月18日調査 生徒110名）

本学級の生徒（男子18名、女子12名、計30名）は、授業に落ち着いて取り組むことができる生徒が多い。毎時間既習事項の演習問題を繰り返してきたことで、基礎的な知識・技能を習得しつつある。一方で、事象を証明したり、説明したりすることについては課題があり、令和5年4月18日実施の全国学力・学習状況調査の問題9のある事柄が成り立つことを構想に基づいて証明することができるかどうかをみる問題の正答率は、全国平均が29.6%であることに對して、本校は13.6%となっている。その内の30.0%は、解答類型の「表現の根拠の不足」による誤答であり、根拠をもとに数学的な記述表現の定着に取り組む必要がある。

(3) 指導観

本単元では、図形の性質を証明するための定理を適切に活用し、論理的に確かめ説明する学習の定着を図る。そのために生徒自身が考察、表現した証明を相互に伝え合うアウトプットの機会を設け、証明を互いに確認する活動を取り入れる。学びポケットの発表ノートを用いて、ペアやグループでの共有だけでなく、全体での意見共有の活動の充実を図る。また、結論をスタートとした証明の構想のチャートを用いて、証明の流れのイメージをもちやすいようにする。さらには、デジタル教科書やGeogebraなどのコンテンツを活用し、視覚的に考察できるような支援を重視していきたい。

5 指導と評価の計画（全20時間）

- 第1次 相似な図形……………6時間
第2次 図形と比……………8時間

※指導に生かす評価○、記録に残す評価◎

次	時	学習活動・課題	知	思	態	評価及び評価方法等
2	1	・三角形と比の定理を見いだして、証明したり、この定理を使って線分の長さを求めたりすることができる。 三角形の1辺に平行な直線をひいたときにできる線分の比について調べよう。	○		◎	知①：相似の証明を理解していない生徒には構成要素と相似条件の相互関係が理解できるように個別支援を行う。 【ワークシート】 態①：【観察、ワークシート】
	2	・三角形と比の定理の逆を理解し、その性質を使って平行な線分の組を見つけることができる。 三角形と比の定理の逆が成り立つかどうか考えよう。		○		思①：相似の証明と定理が結びつかない生徒には、平行四辺形の性質を活用していることが理解できるように個別支援を行う。 【ワークシート】
	3	・平行線と線分の比の性質を理解し、その性質を使って線分の長さを求めることができる。 平行線に直線が交わる時、その直線が平行線によってどのような比に分けられるかを調べよう。		○		思②：平行線と線分の比の性質には、三角形の比の定理を活用していることが理解できるように個別支援を行う。 【ワークシート】
	4	・中点連結定理を三角形と比の定理から見いだしたり、その性質を使って線分の長さを求めたりすることができる。 三角形と比の定理から中点連結定理が成り立つことを証明しよう。	○		◎	知②：中点連結定理は三角形の比の定理の特別な場合であることを理解できるように、個別支援を行う。 思②：【ワークシート】
	5 (本時)	・中点連結定理を理解し、その定理を使って新たな図形の性質を導くことができる。 中点連結定理を用いて、四角形PQRSが平行四辺形となることを証明しよう。	◎		○	知②：【ワークシート】 態③：条件を変えることで新たな図形の性質を見いだすことができるように、問いかけを行う。 【観察、ワークシート】
	6	・三角形の角の二等分線と比の定理を理解し、問題を解決できる。 三角形の角の二等分線をひいてできる線分の比について調べよう。		○		思②：三角形の角の二等分線の比の定理は、既習事項を活用していることが理解できるように個別支援を行う。 【ワークシート】
	7	・平行線と線分の比を使って、三角形の面積の比を求めることができる。 平行線と線分の比に着目して、三角形の面積について調べよう。	○	○		思③：三角形の面積を求めるための未知数を平行線と線分の比を活用していることが理解出来るように個別支援を行う。 【ワークシート】 知③：相似比と面積比の関係が見いだせるように支援を行う。【ワークシート】
	8	・学習内容を振り返る。 相似について学習したことを振り返り、確認しよう。	◎		◎	態③：【観察】 知②：【確認テスト】

第3次 相似な図形の面積と体積…………… 3時間

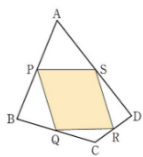
第4次 相似な図形の利用…………… 3時間

6 本時の展開 (11/20)

(1) 目標

- ・中点連結定理を理解し、定理を使って新たな図形の性質を導くことができる。(知識・技能)

(2) 展開

学習活動・予想される生徒の反応	知	思	態	指導上の留意点及び評価
1. 既習事項の確認をする。 ・中点連結定理を確認する。 2. 本時の学習問題を確認する。 四角形ABCDの各辺の中点P, Q, R, Sを直線で結ぶとどんな図形ができるだろうか。  ・四角形ができている。 ・どんなときも平行四辺形になりそう。 ・ひし形や長方形になるときもある。 3. 課題を確認する。 中点連結定理を用いて、四角形PQRSが平行四辺形となることを証明しよう。 4. 自力解決に取り組む (1) 既習事項・方針の確認 ・平行四辺形であるための条件を確認する。 ・証明の構想をたてる。 (2) 自力解決 ・BDやACに補助線をひき、中点連結定理を使って証明する。 5. グループで考え方を共有する ・2組の対辺が平行であるから四角形PQRSは平行四辺形である。 ・1組の対辺が平行で等しいから四角形PQRSは平行四辺形である。 6. 全体で考え方を共有する ・発表ノートを用いて意見共有をする。 7. 本時のまとめをする。 中点連結定理を用いることで、四角形PQRSが平行四辺形となることを証明できる。 8. Geogebraを用いて外側の四角形が異なるとき、中にどのような図形ができるかを調べる。 ・四角形ABCDが平行四辺形→平行四辺形 ・四角形ABCDがひし形→長方形 ・四角形ABCDが長方形→ひし形 ・四角形ABCDが正方形→正方形 9. 本時の振り返りをする。 ・分かったことや調べてみたい図形の性質などを記述する。				・中点連結定理の正しい意味を確認する。 ・掲示物と電子黒板を併用し、視覚的に条件を確認できるようにする。 ・中点の意味について全体で再確認する。 ・P、Q、R、Sが中点であるということを確認する。 ・デジタル教科書の教材を用いて、どんな図形ができるか見通しをたてる。 ・実際に指を動かしながら、図形の変化の様子を見られるようにすることで、視覚的理解を深める。 ・操作に困難を感じている生徒に対しては、個別に操作方法を確認する。 ・机間指導にて生徒とやりとりをし、出た意見を全体で共有する。 ・「どんな四角形でも成り立つ」ことを言うためには証明が必要であることを確認し、証明の必要性を実感しながら、課題を確認できるようにする。 ・平行四辺形であるための条件を生徒とやり取りをしながら確認していく。 ・分かっていること(仮定)と導き出したいもの(結論)が何か確認しながら証明に取り組むことができるように支援する。 ・自力での解決が困難を感じている生徒には、ヒントカードを与えながら、解決できるように支援する。 ・机間指導においてグループ活動が円滑に進めることができるように支援する。 ・発表ノートとタブレットのカメラの機能を併用することで、全体での意見共有を円滑にする。 ・中点連結定理を証明の中でどのように用いているか再度確認する。 知②：【ワークシート】 ○ 態③：条件を変えることで、導かれたことをもとに、新たな性質を導くことができるように、問いかけを行う。 【観察、ワークシート】 ◎Geogebraを用いて、探究活動の効率化と視覚的理解の補助を図る。 ・ひし形、長方形、正方形の定義についても簡単に確認する。 ・生徒から出た意見を電子黒板でも確認し、全体で共有できるようにする。